

El interés es la cantidad que se paga o se cobra (según sea el caso) por el uso del dinero; cuando se calcula el interés se deben considerar tres factores:

### **Capital, tasa de interés y tiempo.**

El capital es la cantidad inicial de dinero que se invierte o se presta; también es llamado principal, valor actual o valor presente del dinero, el cual varía en función de la tasa de interés y el tiempo; para efecto de cálculo, el tiempo debe estar expresado en las mismas unidades que la tasa, por ejemplo, si se tiene una tasa del 20% anual, el tiempo se expresa en años; si la tasa es del 12% semestral, se expresa en semestres.

**Cabe resaltar que en matemáticas financieras una aproximación de resultados parciales durante el procedimiento puede ocasionar errores graves, por lo cual se deben considerar todos los decimales y aproximar únicamente el resultado final, a decimales con aproximación al tercero.**

El interés simple es el que se calcula sobre el capital inicial, el cual permanecerá invariable durante todo el tiempo que dure la inversión:

**Si se invierte un capital C, a una tasa i% simple anual, por un tiempo de t años; la cantidad de interés que ganará durante cada año que dure la inversión será:**

**Donde:**

$$I=Cit$$

**I= Interés simple**

**C= Capital**

**i= tasa de interés**

**t= tiempo de la transacción**

La tasa debe considerarse en forma decimal, ya que los porcentajes para efecto de operación se expresan en unidades sobre 100

Ejemplo

¿Cuánto recibirá de interés una persona que invirtió \$15000.00 por dos años seis meses en una cuenta que paga una tasa del 8% de interés simple mensual?

**Solución:** Primero se identifican los datos:

$$C= \$15,000$$

t= 2 años 6 meses= 2(12) + 6= 24 + 6= 30 meses, ya que la tasa está expresada en meses

$$i= 8\%= 8/100= 0.08 \text{ mensual}$$

Se sustituye en  $I=Cit$

$$I = (15000)(0.08)(30) = 36000$$

Recibirá \$36,000 por concepto de intereses.

### Interés ordinario y exacto

Cuando se calcula el interés, se puede obtener de dos formas, **ordinario** y **exacto**, dependiendo de la manera en que se mida el tiempo, por lo cual antes de definir estos dos tipos de interés es necesario saber el **tiempo real** y **tiempo aproximado**

El **tiempo real** se debe considerar contando el número de días de cada mes, lo que implica meses de 28,29,30 y 31 días, y años de 365 y 366 días, salvo en el caso de que sea bisiesto, cuando se consideran 366 días.

Para convertir cualquier unidad de tiempo en años, se utiliza una regla de tres. Si la unidades son días, primero se identifican si se trata de año bisiesto o no para considerar 365 ó 366 días por año.

Para determinar si el año es bisiesto o no, y sí saber cuántos días tiene, se dividen las últimas dos cifras del año entre 4. Si el resultado es exacto se trata de un año bisiesto, de lo contrario no es bisiesto.

### Ejemplo

Calcula el tiempo transcurrido del 22 de marzo de 1996, al 18 de agosto del mismo año, y exprésalo en años.

**Solución:** El tiempo transcurrido será:

$$31 - 22 \text{ marzo} = 9 \text{ días}$$

$$\text{Abril} = 30 \text{ días}$$

$$\text{Mayo} = 31 \text{ días}$$

$$\text{Junio} = 30 \text{ días}$$

$$\text{Julio} = 31 \text{ días}$$

$$\text{Agosto} = 18 \text{ días}$$

$$\text{Sumándolos todos} = 149 \text{ días}$$

Para convertir los días en años utilizamos una regla de tres, pero primero identificamos si se trata de un año bisiesto o no.

En este caso, como el año que estamos manejando es 1996, tomamos las últimas dos cifras (96) y lo dividimos entre 4:

$$96/4 = 24 \text{ por lo tanto al ser exacto es un año bisiesto, tiene 366 días.}$$

$$1 \text{ año} \text{ ----- } 366 \text{ días}$$

X años----- 149 días

$$x = \frac{149(1)}{366} = 0.4071 \text{ años}$$

Sin embargo, para efecto contable y mayor facilidad en, los cálculos financieros, se ha establecido otra forma de considerar al tiempo, llamado **tiempo aproximado**

Para obtener el tiempo aproximado no se cuentan los días exactos, se consideran meses enteros de 30 días y años de 360 días, es decir para el cálculo del tiempo aproximado no hay meses de 28, 29, 30 ó 31 días, todos son de 30 días; tampoco hay meses bisiestos y no bisiestos, todos los mese son de 30 días.

### **Ejemplo**

Expresa en años el tiempo transcurrido entre el 15 de mayo y el 24 de diciembre de 1996

**Solución:**El tiempo aproximado transcurrido en días es:

30 – 15 mayo= 15 días

Junio= 30 días

Julio= 30 días

Agosto= 30 días

Septiembre= 30 días

Octubre= 30 días

Noviembre= 30 días

Diciembre= 24 días

Sumándolos todos= 219 días

También se puede obtener considerando que el 15 de mayo al 15 de diciembre hay siete meses, los cuales se pueden obtener mediante al diferencia del número del mes.

Diciembre es el mes 12

Mayo es el mes 5

Por lo tanto 12 – 5= 7 meses

Del 15 al 24 de diciembre hay 9 días, esto es:

24-15= 9 días

Calculamos el total de días que suman 7 meses y 9 días (considerando que al ser tiempo aproximado todos los meses son de 30 días)

7(30) + 9= 219 días

Se transforman los días en años, aplicando una regla de tres y considerando años de 360 días:

1 año----- 360 días

X años----- 219 días

$$x = \frac{219(1)}{360} = 0.6083 \text{ años}$$

### Interés exacto

Es el que se calcula considerando tiempo real

### Ejemplo

¿Cuál es el interés simple exacto que generan \$98,000.00 del 8 de mayo de 1996 al 24 de noviembre del mismo año impuestos a una tasa del 36% anual?

**Solución:** Primero se calcula el tiempo real

30 – 8 mayo= 23 días

Junio= 30 días

Julio= 31 días

Agosto= 31 días

Septiembre= 30 días

Octubre= 31 días

Noviembre= 24 días

Sumándolos todos = 200 días

Dividiendo las dos últimas cifras del año entre 4, se determinan si se trata de año bisiesto o no:

96/4= 24 al ser año bisiesto tiene 366 días.

1 año----- 366 días

x años----- 200 días

$$x = \frac{200(1)}{366} = \frac{200}{366} \text{ años}$$

S identifican los datos:

C= \$98,000

$$t = \frac{200}{366} \text{ días}$$

$$i = 36\% = 0.36 \text{ anual}$$

Sustituyendo los datos en la fórmula para el cálculo del interés simple:

$$I = Cit$$

$$I = (98000)(0.36) \left( \frac{200}{366} \right) = 19,278.69$$

$$I = \$19,278.69.$$

### Interés exacto

El interés exacto se calcula considerando el tiempo aproximado.

### Ejemplo

¿Cuál es la tasa de interés simple ordinario que generan \$98,000 del 8 de mayo de 1996 al 24 de noviembre del mismo año, impuestos a una tasa del 36% anual?

**Solución:** Primero se calcula el tiempo aproximado; del 8 de mayo al 8 de noviembre hay 6 meses, en tanto que:

Mayo es el mes 5

Noviembre es el mes 11

$$11 - 5 = 6 \text{ meses}$$

Del 8 de mayo hay 16 días, ya que:  $24 - 8 = 16$  días

Sumando los meses y los días tenemos:

$$6(30) + 16 = 196 \text{ días}$$

Convirtiendo los días en años mediante una regla de tres, y considerando que para el tiempo aproximado los años de 360 días:

1 año-----360 días

X años-----196 días

$$x = \frac{196(1)}{366} = \frac{196}{360} \text{ años}$$

Identificando los datos y sustituyendo en la fórmula para el cálculo del interés simple:

$$C = \$ 98000$$

$$t = \frac{196}{366} \text{ años}$$

$$i = 36\% = 0.36 \text{ anual}$$

$$I = Cit$$

$$I = (98000)(0.36) \left( \frac{196}{360} \right) = 19,208$$

Tse

### Pagarés (monto y valor presente)

El pagaré es el título de crédito por medio del cual una persona o varias se obligan a pagar una cantidad determinada, dentro de un tiempo preciso, a otra persona, a la que llamamos beneficiario.

Los pagarés son documentos comerciales con los que tenemos contacto de forma frecuente; en el pagaré deben anotarse de manera clara y precisa la fecha de expedición o contratación, la fecha de pago o vencimiento, la suma que se promete pagar llamada valor nominal o monto y los intereses o tasa de interés estipulada.

Para poder entender cómo funcionan los pagarés, primero necesitamos conocer y entender conceptos como monto o valor actual.

El **monto** (M) es la suma del capital, más los intereses generados a una tasa (i) en el tiempo (t)

En algunos casos, y en determinadas circunstancias, al monto también se le conoce como valor futuro.

La fórmula para calcular el monto a partir del capital y el interés es:

$$M = C(1 + it)$$

Que es la fórmula para calcular el monto a partir del capital, la tasa de interés y el tiempo.

¿Cuál es el monto que producirán \$75,000.00 a una tasa del 9% de interés simple anual, durante 1 año 3 meses?

**Solución:** Identificamos datos:

$$C = \$75,000$$

$$i = 9\% = 0.09 \text{ anual}$$

$$t = 1 \text{ año } 3 \text{ meses} = 1 \text{ año} + \frac{3}{12} = 1.25 \text{ años}$$

Sustituyendo en la formula para el cálculo del monto:

$$M = C(1 + it)$$

$$M = 75000(1 + (0.09)(1.25)) = 83,437.50$$

Cuando una persona compra a crédito una mercancía u obtiene un préstamo a crédito generalmente se extiende una letra de cambio p un pagaré, en donde la cantidad estipulada, llamada valor de la deuda, ya incluye el valor de la mercancía o préstamo, más los intereses que devengue el crédito, es decir, lo que corresponde al monto de la operación.

Al valor de la mercancía o valor del préstamo, antes de agregar los intereses, se le llama valor actual dela deuda, o bien valor de la operación.

El valor actual es equivalente a lo que hasta el momento hemos llamado capital, por lo tanto, para poder obtenerlo, se puede despejar la fórmula:

$$M = C(1 + it)$$

$$C = \frac{M}{1 + it} =$$

Encontrar el valor actual de un pagaré de \$65000.00 que vence dentro de 90 días, si la tasa de interés es del 36% anual simple.

$$M = \$65,000.00$$

$$i = 36\% = 0.36$$

$$t = 90 \text{ días} = 90/360 = 0.25 \text{ años}$$

Se sustituye en la fórmula para el cálculo de C:

$$C = \frac{65000}{1 + 0.36(0.25)} =$$

$$C = \frac{65000}{1.09} = 59,633.03$$

El valor actual del pagaré es de \$59, 633.03

### Ejemplo

¿Cuál es el valor actual de una computadora que se paga con un enganche o anticipo del 30% y un documento a tres meses con un valor nominal de \$8 200.00 e intereses del 14% simple anual?

**Solución**

Como se pago el 30%, se adeuda el 70% del costo de la computadora, el cual con los intereses generados en tres meses equivale a \$8,200.00 por lo tanto:

$$M= 8200$$

$$i= 14\% \text{ simple anual} = 0.14$$

$$t= 3 \text{ meses} = 3/12 \text{ años} = 0.25$$

Se sustituye en la fórmula de C

$$C = \frac{8200}{1 + (0.14)(0.25)} = \frac{8200}{1.035} = 7922.71$$

Por lo tanto C= 7922.71 que equivale al 70% del valor de la computadora. Para obtener el enganche utilizaremos una regla de tres:

$$70\% \text{-----} 7922.71$$

$$30\% \text{-----} x$$

$$x = \frac{0.3(7922.71)}{0.7} = 3,395.45 \text{ años}$$

Por lo tanto si se compra de contado la computadora su valor actual es:

$$\text{Valor de la deuda} = 7922.71 + 3395.45 = \$11,318.16$$

Esta cantidad equivale al 100% de su costo.

## Descuentos bancarios

Las instituciones bancarias y empresas realizan una operación mediante la cual un documento, como pagaré o letra, con fecha de vencimiento a futuro, es pagado por la institución con el valor nominal del documento (el valor nominal es el valor del documento, que incluye el capital y los intereses que se generen durante su vigencia), menos un descuento, operación que se conoce como descuento bancario.

El **descuento bancario** es la cantidad de dinero que se le resta a un documento financiero, cuando se paga antes de su fecha de vencimiento.

Se manejan dos formas distintas para poder calcular este documento:

- Descuento comercial
- Descuento real o racional

El **descuento comercial** es el que se calcula sobre el valor nominal del documento, al cual identificamos con la letra D

Por definición podemos decir que el descuento sobre un documento bancario se obtiene multiplicando el valor del mismo por la tasa de descuento y por el número de unidades de tiempo que faltan hasta el vencimiento.



$$D = Mdt$$

Donde:

D= descuento comercial

M= es el monto

d= tasa de descuento

t= tiempo que falta para el vencimiento del documento.

### Ejemplo

Un banco descuenta un pagaré con valor nominal de \$2000.00 a pagar dentro de un año, si la tasa de descuento que manejó dicho banco es del 24% anual simple, ¿cuánto dinero descontará el banco al pagarlo?

### Solución

M=2000

d= 24% =0.24

t= 1 año

Se sustituye en la fórmula para calcular el descuento comercial:

$$D = Mdt$$

$$D = 2000(0.24)(1) = 480$$

Como ya se mencionó, los bancos consideran dos formas diferentes de calcular el descuento, la segunda es el descuento real o racional.

El descuento **real o racional** se calcula sobre el valor real o actual del documento y no sobre el valor nominal, al cual identificaremos con las letras Dr

Para encontrar el descuento racional o real de una suma a una tasa cualquiera de interés, se debe encontrar el monto de dicha suma a la tasa pactada y restar el valor actual de la cantidad original; es decir; se obtiene el valor actual del documento y se resta de su valor nominal. La fórmula para obtener el descuento racional es:

$$Dr = M - C$$

Donde:

Dr= descuento real

M= monto

C= capital

### Ejemplo

¿Cuál es el descuento racional sobre un documento con valor nominal de \$1500 a pagar en seis meses, si la tasa de interés es de 25% anual simple?

### Solución

$$M = 1500$$

$$i = 25\% = 0.25$$

$$t = 6 \text{ meses} = 6/12 = 0.5 \text{ años}$$

Para calcular el descuento real es necesario calcular primero el valor actual del documento:

$$C = \frac{1500}{1 + (0.25)(0.5)} = 1333.33$$

Una vez conocido el valor actual, se calcula el descuento real, aplicando la fórmula  $Dr = M - C$

$$Dr = 1500 - 1333.33 = 166.67$$

El descuento real es de \$166.67

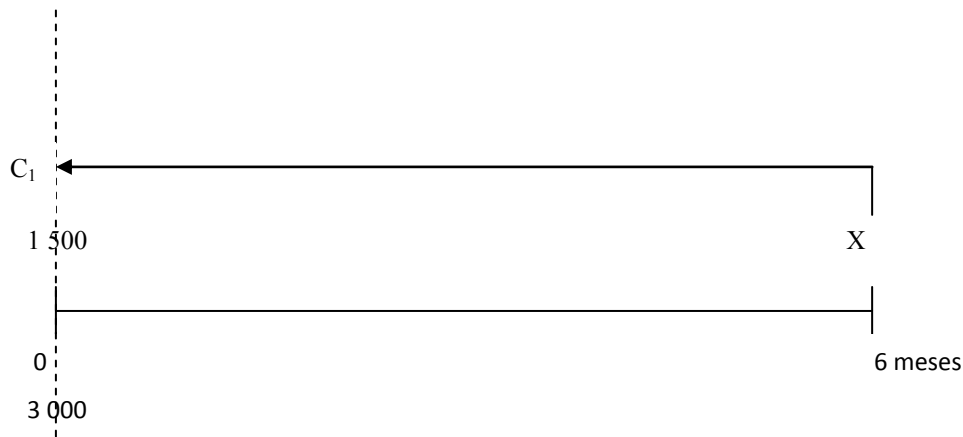
### Ecuaciones de valores equivalentes

En la compra de un televisor con valor de \$3 000.00 se pagan \$1 500 al contado y se firma un documento por la diferencia a pagar en 6 meses con un interés de 2% mensual. ¿Cuál es el importe del documento?

### SOLUCION

Se elabora el diagrama tiempo valor mostrando el valor de contado en el momento 0, y por otro lado se colocan 1 500 en el momento 0 y la variable X, que es el valor desconocido.

Utilizando fecha focal en 0 se formula la ecuación que iguala el valor de contado con el enganche más el valor actual de X, posteriormente, se despeja esta variable y se resuelve:



$$3000 = 1500 + C_1$$

$$3000 = 1500 + M(1+i)^{-n}$$

$$3000 - 1500 = X(1+0.06)^{-6}$$

$$1500 = X(1.126162419)$$

$$\frac{1500}{1.126162419} = X$$

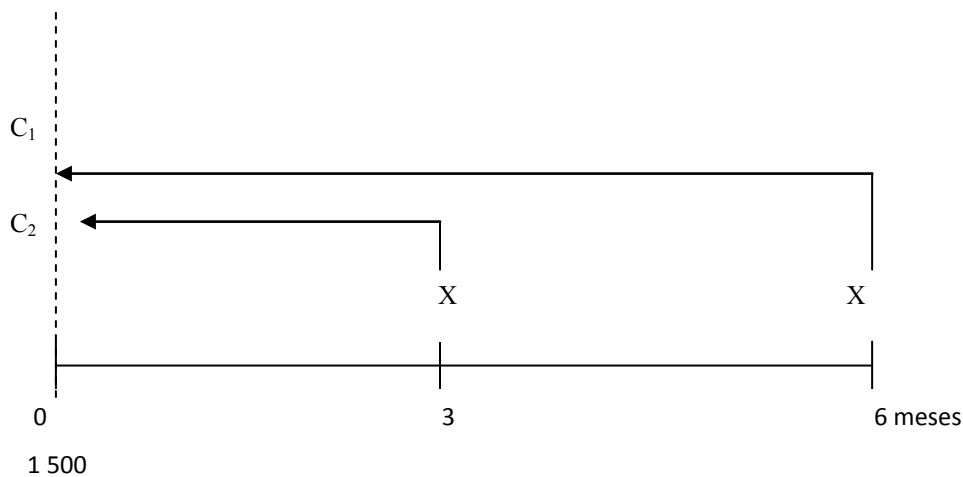
$$X = 1689.243629$$

$$\mathbf{X = \$1689.24}$$

El comprador del caso anterior decide pagar el saldo con dos abonos iguales a 3 y 6 meses. ¿Cuál es el importe de dichos pagos si se considera un interés de 6% trimestral?

#### SOLUCION

El saldo a pagar es de \$1 500. El diagrama tiempo valor permite observar que la ecuación considera igualar esta cantidad con la suma de los valores actuales de los pagos que se buscan. Luego, se despeja su valor:



Como la tasa es 6% trimestral, el tiempo que se desplazan las cantidades a la fecha focal son de 1 y 2 trimestres:

$$\begin{aligned}
 1500 &= C_1 + C_2 \\
 1500 &= M_1(1+i)^{-n} + M_2(1+i)^n \\
 1500 &= X(1+0.06)^{-2} + X(1+0.06)^{-1} \\
 1500 &= X(0.88999644) + X(0.943396226) \\
 1500 &= X(0.88999644 + 0.943396226) \\
 1500 &= X(1.833392666) \\
 \frac{1500}{1.833392666} &= X \\
 X &= 818.15534
 \end{aligned}$$

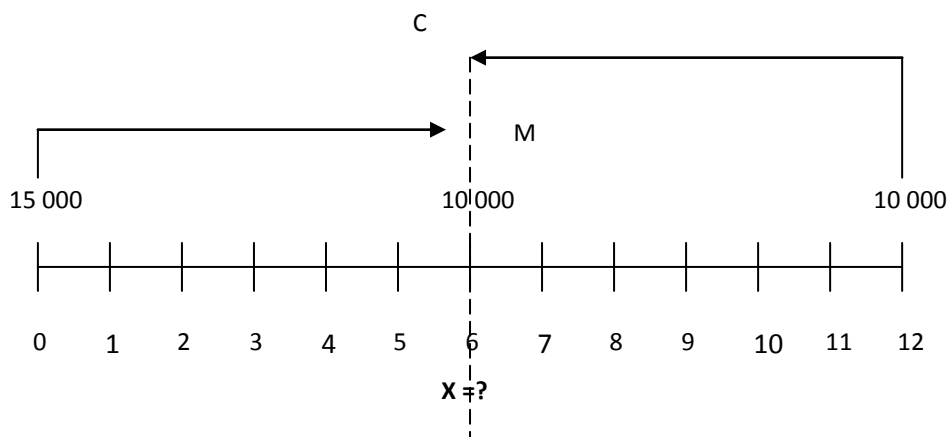
**X = \$818.16 (importe de cada uno de los dos pagos)**

Una empresa vende una maquinaria en \$35 000.00. Le pagan \$15 000 al contado y le firman dos documentos por \$10 000 cada uno, con vencimiento a 6 y 12 meses. ¿Qué cantidad liquidará la deuda al cabo de 6 meses si se aplica un interés de 30% convertible mensualmente?

SOLUCION

Se elabora el diagrama tiempo valor y se formula la ecuación de los valores equivalentes que resulten:

$$i = \frac{j}{m} = \frac{0.30}{12} = 0.025$$



$$X = M + C + 10000$$

Luego se calculan los valores equivalentes con las fórmulas del monto y valor actual, respectivamente:

$$\begin{aligned}
 M &= C(1+i)^n & C &= M(1+i)^{-n} \\
 M &= 15000(1+0.025)^6 & C &= 10000(1+0.025)^{-6} \\
 M &= 150000(1.159693418) & C &= 10000(0.862296866) \\
 M &= \$17395.40 & C &= \$8622.96866
 \end{aligned}$$

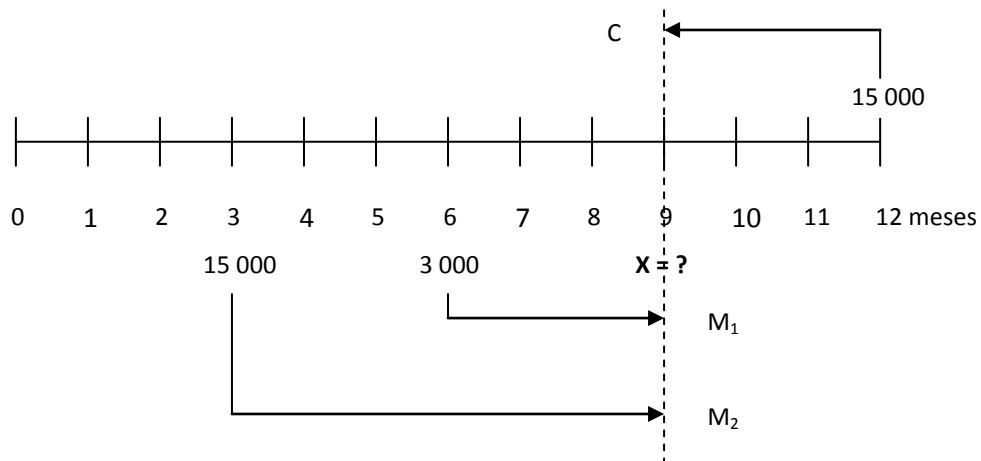
Finalmente, se sustituyen estos resultados y se resuelve la ecuación:

$$\begin{aligned}
 X &= M + C + 10000 \\
 X &= 17395.40 + 8622.96866 \\
 X &= \$17395.40 + 8622.96866 + 10000 \\
 \mathbf{X} &= \mathbf{\$36\,018.37}
 \end{aligned}$$

María debe \$15 000 a pagar en un año. Abona \$2 000 al cabo de 3 meses y \$3 000 a los 6 meses. ¿Qué cantidad debe entregar a los 9 meses para liquidar la deuda si se considera un interés de 1.5% mensual?

SOLUCION

Se traza el diagrama tiempo valor y se selecciona como fecha focal a los nueve meses:



$$C = M_1 + M_2 + X$$

Con la tasa de interés del 1% mensual, se calculan los valores equivalentes:

$C = M(1+i)^{-n}$	$M = C(1+i)^n$	$M = C(1+i)^n$
$C = 15000(1+0.015)^{-3}$	$M_1 = 3000(1+0.015)^3$	$M_2 = 2000(1+0.015)^6$
$C = 15000(0.956316993)$	$M_1 = 3000(1.045678375)$	$M_2 = 2000(1.093443264)$
$C = \$14344.75491$	$M_1 = \$3137.035125$	$M_2 = \$2186.886528$

Sustituyendo en la ecuación, se despeja X y se resuelve:

$$C = M_1 + M_2 + X$$

$$14344.75491 = 3137.035125 + 2186.886528 + X$$

$$X = 14344.75491 - 3137.035125 - 2186.886528$$

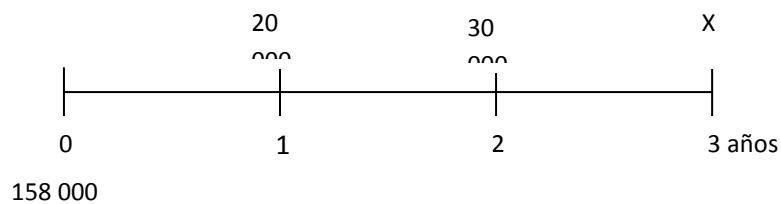
$$\mathbf{X = \$9\,020.84}$$

Andrés solicita un préstamo de 158 000 dólares para la compra de una casa. Ofrece pagar 20 000 en un año, 30 000 en 2 años y el saldo a 3 años.

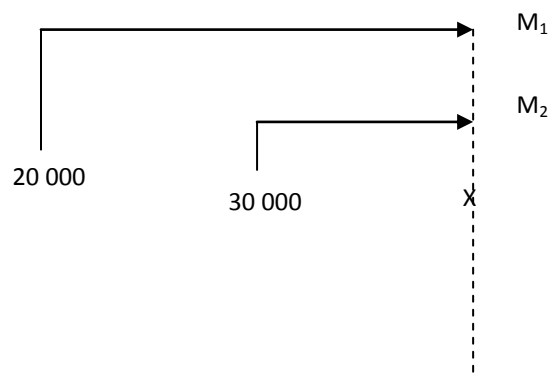
¿Qué cantidad debe pagar para liquidar la deuda si la tasa de interés es de:

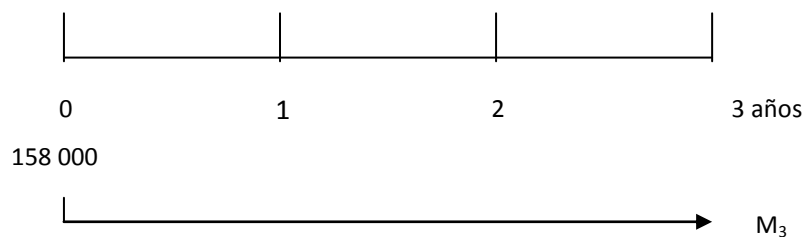
- a)  $J_4 = 8\%$ ?
- b)  $J_4 = 12\%$ ?

#### DIAGRAMA TIEMPO-VALOR



El diagrama tiempo-valor nos muestra las condiciones del problema. Se selecciona la fecha focal a los 3 años:





a)  $j_4 = 8\%$

Esta tasa equivale a la tasa de interés por periodo:

$$i = \frac{j}{m} = \frac{8\%}{4} = 2\%$$

**$i = 0.02$**

$$M_3 = M_1 + M_2 + X$$

$$1580000(1+0.02)^{12} = 20000(1+0.02)^8 + 30000(1+0.02)^4 + X$$

$$200382.2035 = 23433.18762 + 32472.9648 + X$$

$$X = 200382.2035 - 23433.18762 - 32472.9648$$

**$X = \$144\,476.05$**

b)  $J_4 = 12\%$ ?

Esta tasa equivale a la tasa de interés por periodo:

$$i = \frac{j}{m} = \frac{12\%}{4} = 3\%$$

**$i = 0.03$**

$$M_3 = M_1 + M_2 + X$$

$$1580000(1+0.03)^{12} = 20000(1+0.03)^8 + 30000(1+0.03)^4 + X$$

$$225270.22 = 25335.40 + 33765.26 + X$$

$$X = 225270.22 - 25335.40 - 33765.26$$

**$X = \$166\,169.56$**